



Facultad de Matemáticas

**FORMULARIO NORMALIZADO DE OFERTA DE LÍNEAS DE TRABAJOS FIN
DEL MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS POR PARTE
DE LOS DEPARTAMENTOS**

Departamento de Matemática Aplicada II

TFM (9 créditos)
(en las líneas 1 y 2)

TFM más Introducción al TFM (18 de créditos)
(en las líneas 3 hasta 17)

Líneas de trabajos ofertadas (17 en total).

(1) Sobre los coeficientes de Taylor de una función univalente: de Bieberbach a de Branges

Tutor: Manuel D. Contreras Márquez

Breve descripción: En 1916, Bieberbach conjeturó que dada una función holomorfa e inyectiva en el disco unidad normalizada tal que su derivada en 0 vale 1 cumple que el módulo de su coeficiente de Taylor n -ésimo es menor o igual que n . A lo largo del siglo XX, la búsqueda de una demostración de este resultado estimuló muchos avances en Análisis Complejo. Finalmente, en 1986 de Branges dio una prueba de la conjetura de Bieberbach. En este TFM haremos un repaso de algunos de dichos avances y mostraremos una demostración de la estimación conjeturada por Bieberbach basada en ideas de Fitzgerald y Pommerenke.

TFM (9 de créditos)

(2) Espacios de Orlicz generalizados.

Tutor: Antonio Fernández Carrión.

Breve descripción: Los espacios de Orlicz constituyen una pieza clásica de estudio desde su introducción por Orlicz en la primera mitad del siglo pasado. Por otra parte, es claro que estos espacios poseen una rica estructura, de importancia en muchos campos de aplicación. Un espacio de Orlicz clásico $L^\Phi(\mu)$ se construye a partir del espacio de Lebesgue $L^1(\mu)$, siendo μ una medida finita o σ -finita, y una función de Orlicz Φ . Es bien conocido que los espacios de Orlicz clásicos admiten una doble descripción métrica mediante las normas de Orlicz y Luxemburg que proporcionan fórmulas equivalentes para normar este espacio. Este hecho proporciona ciertas herramientas fundamentales y útiles para el análisis de estos espacios y, a nuestro entender, es una de las razones de la gran utilidad de los espacios de Orlicz clásicos.

Esta misma construcción que produce la clase de espacios de Orlicz clásicos permite también crear una nueva clase de espacios de funciones X^Φ partiendo, en lugar de $L^1(\mu)$, de un espacio quasi-Banach de funciones X sobre una medida μ y la correspondiente función de Orlicz Φ .



Facultad de Matemáticas

En la línea propuesta se pretende llevar a cabo una revisión de las propiedades conocidas para estos nuevos espacios de Orlicz generalizados y, en particular, de las condiciones que permiten establecer la equivalencia de diferentes quasi-normas que se pueden definir sobre X^Φ .

TFM (9 de créditos)

(3) Dinámica holomorfa.

Tutor: Manuel D. Contreras Márquez

Breve descripción: La dinámica compleja aborda el estudio de las iteradas de las autoaplicaciones holomorfas de un cierto dominio con frecuencia, el plano complejo, el disco unidad o la esfera de Riemann. Esta rama de las matemáticas goza hoy de una gran vitalidad. Dentro de esta área pretendemos profundizar en las propiedades de las funciones de semiconjugación en el disco unidad (funciones conocidas como funciones de Koenig) y analizar fenómenos caóticos en la frontera del disco unidad.

TFM más *Introducción al TFM* (18 de créditos)

(4) Algoritmos de planificación óptima para sistemas *multi-drone*.

Tutor: José Miguel Díaz Báñez

Breve descripción: La necesidad del desarrollo de buenos algoritmos en el campo de robótica aérea propone nuevos problemas en algoritmia, optimización, geometría computacional y matemática discreta. Nuestro grupo ya tiene experiencia y proyectos nacionales y europeos donde se abordan estos problemas. En este marco de trabajo se plantearán diversas tareas de ingeniería matemática con aplicaciones reales en diversos campos como agricultura, logística, exploración de terrenos, etc.

TFM más *Introducción al TFM* (18 de créditos)

(5) Técnicas de *machine learning* para tareas con drones cooperativos

Tutor: José Miguel Díaz Báñez

Breve descripción: Unos de los retos más importantes cuando queremos usar uno o un equipo de *drones* es poder ejecutar los algoritmos en tiempo real de vuelo. Los métodos tradicionales suelen requerir un alto tiempo computacional y no son aptos para usarlos online. Por ello, recientemente se están proponiendo algoritmos basados en redes neuronales y otras técnicas de aprendizaje que son eficientes y pueden ejecutarse de forma autónoma en el *dron* en tiempo real.

TFM más *Introducción al TFM* (18 de créditos)



Facultad de Matemáticas

(6) Algoritmos de resolución de problemas de localización y diseño en redes multicapa

Tutor: Juan Antonio Mesa López-Colmenar

Breve descripción: Las redes multicapa representan de forma fehaciente numerosos fenómenos de la naturaleza y de la tecnología. La teoría de redes complejas abarca redes de gran tamaño en las que el coste computacional de los algoritmos se puede disparar. En este proyecto se pretende estudiar técnicas de reducción de la complejidad de los algoritmos de resolución de problemas de Localización y Diseño de Redes. Este proyecto podría realizarse con 9 créditos.

TFM más Introducción al TFM (18 de créditos), pero podrá ser de 9.

(7) Algoritmos eficientes para problemas de secuenciación de máquinas paralelas con necesidad de recursos adicionales

Tutor: Federico Perea Rojas-Marcos

Breve descripción: La gestión de la cadena de suministro (SCM por sus siglas en inglés) trata de los diversos problemas que en ella aparecen, desde la obtención y almacenamiento de las materias primas, hasta la distribución y venta al cliente del producto manufacturado, pasando (entre otras) por la producción, que es la fase abordada en este proyecto.

Ya que todas esas fases están relacionadas entre sí, se podría pensar que el tratamiento integral de la SCM es el acercamiento apropiado. Desafortunadamente, la gran complejidad computacional de cada una de las fases de la SCM hace inabordable un acercamiento integral con la tecnología actual. Por ello se suele hacer un tratamiento separado de las diferentes fases: distribución, predicción, producción, etc.

Entre los múltiples problemas que se pueden incluir dentro del término ‘producción’, se encuentra la secuenciación de máquinas que trabajan en paralelo. La secuenciación, o *scheduling* en inglés, se ha convertido en las últimas décadas en un área de investigación que atrae a muchos investigadores a nivel mundial, tanto por el interés de sus problemas desde un punto de vista de optimización combinatoria, como por sus múltiples aplicaciones al sector industrial. En la actualidad, aparecen problemas de asignación y/o secuenciación en muchos ámbitos prácticos, como en plantas de producción, transporte, operaciones portuarias, almacenes, etc.

La línea propuesta consiste la búsqueda de algoritmos eficientes para problemas de secuenciación con máquinas paralelas no relacionadas (*unrelated parallel machines scheduling* en inglés).

Requisitos: Conocimientos de optimización combinatoria y programación informática (en cualquier lenguaje).

TFM más Introducción al TFM (18 de créditos)



Facultad de Matemáticas

(8) Algoritmos eficientes para problemas de ruteo de vehículos periódicos

Tutor: Federico Perea Rojas-Marcos

Breve descripción: El problema de ruteo de vehículos (VRP por sus siglas en inglés) consiste en decidir el orden en el que se visitan unos ciertos puntos de demanda a los que se sirve un cierto producto. El VRP es, posiblemente, uno de los problemas más estudiados en Investigación Operativa. De entre las múltiples variantes de este problema, en las cuales se añaden más especificaciones que los hacen más cercanos a la realidad de las empresas de logística y transporte, nos encontramos aquella en la que los clientes son visitados periódicamente durante un horizonte temporal.

El problema en cuestión ya ha sido abordado por el tutor y otros investigadores. La línea propuesta consiste la búsqueda de algoritmos eficientes para estos problemas de ruteo de vehículos, y su comparación con los algoritmos y modelos existentes.

Requisitos: Conocimientos de optimización combinatoria y programación informática (en cualquier lenguaje).

TFM más Introducción al TFM (18 de créditos)

(9) Métodos numéricos estabilizados para problemas de mecánica de fluidos.

Tutor: Bosco García Archilla

Breve descripción: Los métodos numéricos estándar que tan buenos resultados proporcionan en campos como la transmisión de calor, potencial eléctrico, etc., resultan poco útiles en muchos problemas de mecánica de fluidos, especialmente en el caso de número de Reynolds alto. Ello es debido a que no son capaces de proporcionar aproximaciones numéricas no ya mínimamente precisas, sino ni tan siquiera con algún parecido con la realidad. Las razones de ello van desde pérdida de orden por la condición de incompresibilidad en los líquidos, a la presencia de delgadas capas límite (o zonas donde la solución cambia bruscamente) pasando por valores muy dispares de convección y difusión de la velocidad del fluido.

En esta línea se investigan procedimientos para modificar los métodos numéricos estándar para que sean robustos frente a las dificultades antes señaladas. En concreto, se busca, mediante el análisis del error, obtener métodos en cuyas cotas de error las constantes que intervienen sean independientes del número de Reynolds (algo que no ocurre con los métodos estándar).

TFM más Introducción al TFM (18 de créditos)



Facultad de Matemáticas

(10) Bifurcaciones locales y globales en sistemas dinámicos

Tutores: Emilio Freire Macías y Marina Esteban Pérez

Breve descripción: En el estudio de la dinámica de sistemas no lineales, un objetivo primordial es caracterizar la conducta de equilibrios y soluciones periódicas. La aparición de degeneraciones y la subsiguiente de bifurcaciones asociadas es un mecanismo útil para la consecución de dicho objetivo. El análisis mezcla instrumentos teóricos y simulaciones numéricas y, de manera directa, se aplica a sistemas fuertemente no lineales en el campo de la física (mecánica celeste, cuántica, ...) y de la ingeniería (sistemas dinámicos y de control).

TFM más Introducción al TFM (18 de créditos)

(11) Juegos con incompatibilidades en la comunicación

Tutor: Andrés Jiménez Losada

Breve descripción: Un juego cooperativo pretende repartir un determinado valor obtenido por la colaboración de varios agentes entre ellos de forma justa. Los juegos con incompatibilidades estudian situaciones donde existen restricciones por falta de entendimiento entre parejas de jugadores. Dos modelos se han estudiado en la literatura, el último siguiendo la perspectiva de información a priori. Estas incompatibilidades vienen dadas usualmente mediante grafos. Se pretende analizar modelos similares usando información más compleja bien por hipergrafos o grafos difusos.

TFM más Introducción al TFM (18 de créditos)

(12) Ecuaciones de evolución de Schramm-Loewner

Tutor: Santiago Díaz Madrigal

Breve descripción: El estudio de las ecuaciones de evolución de Schramm–Loewner (SLE, en inglés) es un área a caballo entre la geometría de los dominios del plano, la dinámica compleja la teoría de probabilidades. Esencialmente, SLE es una curva fractal aleatoria situada y que evoluciona en un cierto dominio del plano. Los inicios de la teoría se deben a Schramm in 1999 el cuál combinó conceptos probabilísticos con las denominadas cadenas de Loewner consideradas por Loewner en 1923 y de amplio uso desde entonces en la resolución de muy distintos problemas extremales en teoría de funciones. Hoy día, SLE suele considerarse como una de las áreas más activas de investigación en Matemáticas con numerosas ramificaciones tanto teóricas como aplicadas. El objetivo del presente proyecto es analizar en detalle algunos de los aspectos básicos de SLE.

TFM más Introducción al TFM (18 de créditos)



Facultad de Matemáticas

(13) Modelos de distribución justa

Tutora: Encarnación Algaba Durán

Breve descripción: En este trabajo se estudiarán modelos de repartos basados en el valor de Shapley, uno de los valores más fascinantes y prominentes de la literatura en Teoría de Juegos Cooperativos, posteriormente, serán implementados y aplicados al análisis de casos reales.

TFM más Introducción al TFM (18 de créditos)

(14) Efectos de las aglomeraciones en sistemas de tránsito rápido. Modelado de las funciones de utilidad y sus consecuencias en la planificación de las redes de transporte.

Tutores: Juan Antonio Mesa López-Colmenar y Federico Perea Rojas-Marcos

Breve descripción: El diseño de redes de transporte y su posterior gestión se realiza a partir de la estimación de la demanda, que se obtiene de datos fijos conocidos de antemano. En algunas ocasiones, se asume que la demanda es elástica pero los efectos de las aglomeraciones y sobreocupación no se han estudiado lo suficiente. Para su correcta aplicación, se necesita considerar funciones matemáticas que modelen los distintos efectos adversos generados por una demanda excesiva. Estas funciones deberán utilizarse en las funciones de utilidad, las cuales modelan las decisiones de los posibles pasajeros. Especial énfasis se pondrá en la utilización de las funciones de utilidad modificadas en la etapa de diseño de la red.

TFM más Introducción al TFM (18 de créditos)

(15) Polinomios ortogonales y el problema del *time-and-band-limiting*

Tutores: Mirta M. Castro Smirnova e Ignacio N. Zurrián

Breve descripción: Los polinomios ortogonales constituyen un tema clásico, muy relacionado con la teoría de aproximación y el análisis numérico, con una creciente actividad de investigación hoy en día. En este campo se utilizan fundamentalmente técnicas del análisis funcional, el análisis complejo, la teoría de operadores, las ecuaciones diferenciales, el álgebra lineal y la teoría de probabilidad.

Dentro de esta área, y como objetivo del trabajo, se pretende profundizar en el llamado problema del *time-and-band-limiting* y su relación con la teoría de polinomios ortogonales, donde han surgido varios trabajos de investigación recientes. Este es un tema enmarcado dentro de la física-matemática, estrechamente vinculado con la teoría de la señal, que tiene sus orígenes en los trabajos de Henry Landau, David Slepian y Henry Pollack (Bell Labs) en los años sesenta, dando solución a un problema inicialmente planteado por Claude Shannon.

TFM más Introducción al TFM (18 de créditos)



Facultad de Matemáticas

(16) Existencia y unicidad de conexiones globales en sistemas lineales a trozos de dimensión tres.

Tutores: Victoriano Carmona Centeno y Fernando Fernández Sánchez

Breve descripción: Una de las rutas que conducen al caos en un sistema dinámico es la aparición, para algún valor de los parámetros, de ciclos homoclinos y heteroclinos bajo ciertas condiciones sobre los autovalores de aquellos equilibrios en que se apoyan.

En general, la dificultad de probar la existencia de tales órbitas globales suele obligar al uso de herramientas computacionales. En sistemas lineales a trozos, sin embargo, hay técnicas que permiten, en determinadas circunstancias, realizar pruebas rigurosas de existencia y, lo que a veces es más importante, unicidad tanto local como global, en el espacio de fases y en el de parámetros. Además, las características de los problemas que aparecen con dichas técnicas no requieren el uso de elaboradas teorías matemáticas, sino que permiten extraer resultados interesantes con conocimientos básicos de álgebra lineal y cálculo de una o varias variables, eso sí, aplicados con precisión.

En esta línea se pretende usar estos enfoques teóricos para detectar conexiones globales y analizar los comportamientos periódicos y caóticos que éstos pueden generar, en varios sistemas lineales a trozos.

TFM más Introducción al TFM (18 de créditos)

(17) Análisis de sistemas dinámicos mediante una caracterización integral de la aplicación de Poincaré

Tutores: Victoriano Carmona Centeno y Fernando Fernández Sánchez

Breve descripción: El estudio de la aplicación de Poincaré sobre secciones transversales al flujo es una de las herramientas básicas para analizar el comportamiento periódico y, más concretamente, de ciclos límite (órbitas periódicas aisladas) en sistemas dinámicos.

En el caso de sistemas regulares a trozos, hay una sección (la determinada por un hiperplano de separación de las distintas zonas de regularidad) que se usa automáticamente como sección de Poincaré, si bien la falta de transversalidad del flujo a toda esa sección introduce nuevos fenómenos de bifurcación respecto a los observables en sistemas regulares. Más aún, en sistemas lineales a trozos, un requisito obvio para que una órbita del flujo pueda ser un ciclo límite es que atraviese alguna sección de separación de las zonas lineales. Por tanto, el interés en estas manifestaciones propias de los sistemas a trozos hace necesario manejar convenientemente la aplicación de Poincaré de las secciones de separación.

Los sistemas lineales a trozos tienen una peculiaridad que se ha usado casi siempre para su estudio y es la posibilidad de integrar explícitamente el flujo en cada una de dichas regiones de literalidad. Esta aparente ventaja tiene, desafortunadamente, dos debilidades que dificultan el análisis: por un lado, la integración explícita depende de los espectros de las matrices de



Facultad de Matemáticas

cada una de las zonas de linealidad, lo que genera multitud de casos diferentes, que llevan a expresiones distintas y, por tanto, a la utilización de técnicas especializadas para cada caso; por otro lado, la integración lleva a términos no lineales complicados debidos a la aparición del tiempo de vuelo. Por resaltar algo más sobre estas debilidades digamos que, al tener que analizarse muchos casos distintos, es habitual perderse los aspectos comunes a todos ellos.

Recientemente, hemos desarrollado una forma alternativa de estudiar estos sistemas en el caso plano evitando la integración explícita. Todo se basa en usar una caracterización integral de la aplicación de Poincaré (basada en la construcción adecuada de integrales de línea sobre las órbitas del flujo). Es ahora, por tanto, el momento de obtener pruebas simples para resultados ya conocidos y mejorarlas en el aspecto de obtener resultados comunes e interpretaciones geométricas, que se han podido perder con el análisis caso a caso. Ese es uno de los objetivos que proponemos.

Para terminar, queremos comentar que en esta misma línea podríamos también plantear el estimulante trabajo de generalizar la caracterización integral para sistemas lineales a trozos planos a sistemas diferenciables a trozos de cualquier dimensión, lo que llevaría, de manera natural, al estudio de los llamados multiplicadores de Jacobi.

TFM más Introducción al TFM (18 de créditos)

En Sevilla, a 26 de octubre de 2021

Pedro José Paúl Escolano
Director del Departamento de Matemática Aplicada II