**1852** — **Francis** y **Frederick Guthrie** plantean el problema al matemático **Augustus De Morgan**, su profesor en el “University College” de Londres.

En el **Renacimiento** nunca se usaban más de 4 colores para iluminar mapas políticos.

**1879** — **Alfred Bray Kempe** intenta demostrar la Conjetura de los Cuatro Colores, dando las primeras ideas sobre configuraciones prohibidas.

**1890** — **Percy Heawood** encuentra errores en la demostración de Kempe y demuestra el Teorema de los Cinco Colores.

**1965** — **Heinrich Heesch** y **Karl Düre** usaron por primera vez un ordenador para tratar las configuraciones prohibidas (eran más de 1900).

**1976** — **Kenneth Appel** y **Wolfang Haken** prueban el Teorema de los Cuatro Colores, el primer teorema de la historia demostrado con la ayuda de un ordenador.

**1994** — La lista de configuraciones prohibidas queda reducida a 633.

Siguen apareciendo artículos aportando pruebas simplificadas.

# TEOREMA DE LOS 4 COLORES

Bastan cuatro colores para colorear cualquier mapa plano o esférico de modo que regiones fronterizas tengan distinto color.

### Mapa:

División en regiones conexas de una porción del plano o la esfera. Las fronteras entre regiones son líneas cerradas.

### Grafo:

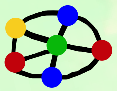
Conjunto formado por puntos (vértices) y líneas que unen algunos de ellos (aristas).

### Grafo dual del mapa:

Grafo en el que cada país se representa por un vértice y dos vértices están unidos por una arista si los países que representan son fronterizos.

### Coloreado del grafo dual:

Coloreamos los vértices del grafo de manera que vértices unidos por una arista lleven colores distintos. Trasladamos el color de cada vértice al país correspondiente en el mapa.



### Configuraciones prohibidas:

Mapas que, debido a ciertas condiciones, no se pudieran colorear en principio con un máximo de cuatro colores.

### Ventaja del grafo dual:

Un mismo grafo representa infinitos mapas con regiones de formas diferentes, pues solo importa si estas son fronterizas o no.

### Estrategia a seguir:

- Encontrar todas las configuraciones prohibidas que existen. Comprobar que, en realidad, estas sí se pueden colorear con solo cuatro colores.
- Utilizar un ordenador para analizar todas las configuraciones prohibidas posibles. Este es un cálculo que, de hacerse a mano, duraría varias vidas.

### Controversia:

¿Es correcto confiar una demostración a una máquina? ¿Y si se equivoca?

No obstante, hoy en día ya está aceptado para cuestiones de cómputo.

Laura García Rastrojo, Inés Mora Caro, Juan Núñez Valdés y Mª Trinidad Villar Liñán.

## Aplicaciones del coloreado de grafos:

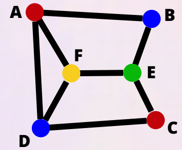
### El problema de los horarios

¿Cómo distribuir la proyección de 6 películas llamadas A, B, C, D, E y F en un cine disponiendo de 4 sesiones y dos salas, sabiendo que algunas personas quieren ver dos de ellas?

Dos películas son incompatibles si al menos una persona quiere ver ambas.

Pares incompatibles: {A,B}, {A,D}, {A,F}, {C,D}, {C,E}, {B,E}, {D,F}, {E,F}.

| HORA | 16:00 | 18:00 | 20:00 | 22:00 |
|---|---|---|---|---|
| COLOR | ROJO | AZUL | VERDE | AMARILLO |
| PELÍCULAS | A y C | B y D | E | F |




Las aristas del grafo representan las incompatibilidades, los vértices las películas y cada color una de las 4 sesiones. Vemos que se puede colorear con cuatro colores, y se repiten como máximo 2 veces (nº de salas). ¿Se puede colorear con solo 3 colores?

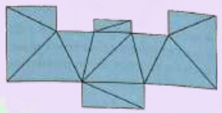
### El problema de la galería de arte

¿Cuántas cámaras son suficientes para vigilar el interior de una galería de arte de una sola planta y de forma poligonal? (Victor Klee, 1973)

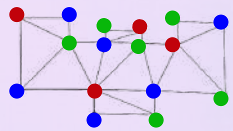
### Solución de V.Chvàtal y Steve Fisk:

En general, son suficientes [N/3] cámaras para ver todo el interior de un polígono con N lados.

- Trazamos diagonales internas para triangular la planta.



- Coloreamos los vértices (esquinas). Al tener una triangulación del polígono, no son necesarios más de 3 colores.



- Elegimos los vértices que llevan asignado el color menos repetido, y colocamos ahí las cámaras.

¡Esta distribución vigila toda la galería!