Facultad de Matemáticas

FORMULARIO NORMALIZADO OFERTA DE LÍNEAS DE TRABAJOS FIN DEL MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS POR PARTE DE LOS DEPARTAMENTOS

Dpto.: .Análisis Matemático...

TFM (9 créditos) ☐ x TFM más Introducción al TFM (18 de crédito ☐

Líneas de trabajos ofertadas: **Medidas y Grupos Amenables**.

Tutores: M. Ángeles Japón Pineda

Breve descripción de las líneas propuestas:

El concepto de *amenabilidad* comienza con Lebesgue (1904) cuando se estudia si pudiera existir una medida sigma-aditiva, positiva, definida en todos los subconjuntos de R, que sea invariante por traslaciones y que valga 1 en el intervalo [0,1].
Tras probarse que no puede existir una medida con tales propiedades (Vitali, 1905), se plantea la existencia de una medida en R, cumpliendo las condiciones anteriores, pero relajando la hipótesis de sigma-aditividad por simplemente aditividad para una colección finita de conjuntos disjuntos.

Supongamos una situación más general: Sea E un conjunto y G un grupo operando sobre conjuntos de E (por ejemplo G podría ser el grupo de traslaciones en R). Buscamos una medida finitamente aditiva, definida en los subconjuntos de E, que valga 1 en E y que además sea invariante por la acción de G, es decir, el valor de la medida en un subconjunto A coincide con el valor de la medida en g(A) para todo g en G.

El ilustre matemático J. von Neumann fue uno de los primeros en darse cuenta que la existencia de una medida invariante por la acción de un grupo G depende más de las características propias de G que del conjunto donde está definida. El desarrollo de esta teoría da lugar a los grupos **amenables** y a una respuesta matemática de diversas paradojas, tales como la paradoja de Banach-Tarski (1924): existe una descomposición de la bola unidad de R^3 en un número finito de piezas no solapadas, que pueden juntarse de nuevo de manera diferente para dar dos copias idénticas de la bola original.

El objetivo del trabajo es desarrollar la teoría necesaria sobre grupos amenables que permitan encontrar una solución a ciertas paradojas relacionadas con teoría de la medida.

En Sevilla, a 29 de octubre de 2018.

Facultad de Matemáticas

FORMULARIO NORMALIZADO OFERTA DE LÍNEAS DE TRABAJOS FIN DEL MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS POR PARTE DE LOS DEPARTAMENTOS

Dpto.: Análisis Matemático

TFM (9 créditos) [ ]   TFM más Introducción al TFM (18 de créditos) [X]

Líneas de trabajos ofertadas: Formas modulares hacia el teorema de modularidad

Breve descripción de las líneas propuestas:

Las Formas modulares son funciones analíticas que surgieron en el siglo XIX en el estudio de las funciones elípticas. Sin embargo, están estrechamente conectadas con el Algebra y están en el centro de muchos resultados modernos. En particular el teorema de Modularidad juega un papel central en la prueba de Wiles del último Teorema de Fermat. La teoría combina la Variable Compleja, Álgebra, Geometría y Teoría de números.

Esta línea se ofrece en colaboración con el Departamento de Álgebra.

En Sevilla, a 29 de Octubre de 2018

Facultad de Matemáticas

FORMULARIO NORMALIZADO OFERTA DE LÍNEAS DE TRABAJOS FIN DEL MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS POR PARTE DE LOS DEPARTAMENTOS

Dpto.: Análisis Matemático ....

TFM (9 créditos) ☐ TFM más Introducción al TFM (18 de créditos)

Líneas de trabajos ofertadas: Variable compleja y teoría de operadores ....

Breve descripción de las líneas propuestas:

La matriz de Hilbert ha sido objeto de amplio estudio en el ámbito del Análisis debido sus múltiples aplicaciones, tanto teóricas como aplicadas. El espectro de esta matriz, salvando el caso concreto del espacio de Hardy, todavía no ha sido descrito. No obstante, sí son conocidas en la mayor de los espacios clásicos el conjunto de sus autofunciones y correspondientes autovalores. En este sentido el trabajo aquí propuesto partiría de la búsqueda de caracterizaciones de estas autofunciones como base de posibles avances posteriores en la descripción exacta de su espectro (al menos en los espacios de mayor relevancia). Para ello es previsible que se requiera la construcción de ciertas familias de polinomios ortogonales.

Fdo. Manuel Cepedello Boiso

En Sevilla, a 30 de octubre de 2018

Facultad de Matemáticas

FORMULARIO NORMALIZADO OFERTA DE LÍNEAS DE TRABAJOS FIN DEL MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS POR PARTE DE LOS DEPARTAMENTOS

Dpto.: .Análisis Matemático...

TFM (9 créditos) ☐ x TFM más Introducción al TFM (18 de crédito ☐

Líneas de trabajos ofertadas: **Espacios de Banach duales y normas equivalentes**.

Tutores : Tomás Domínguez Benavides y M. Ángeles Japón Pineda

Breve descripción de las líneas propuestas:

Sea X un espacio de Banach y X* su espacio de Banach dual. Toda norma equivalente en X da lugar a una norma equivalente en X*, definida en la forma usual.
Estas normas se conocen como normas duales en X*.

El objetivo de este trabajo consiste en estudiar el problema inverso, formulado por J. Dixmier (1948): Si consideramos una norma equivalente en X*. ¿Es siempre una norma dual?

Este problema fue resuelto negativamente por V. Klee en 1950, probando que existen normas equivalentes a la norma del máximo en el espacio de las sucesiones acotadas que no son duales. W. J. Davis y W. B. Johnson probaron en 1973 que lo mismo es cierto en cualquier espacio de Banach no-reflexivo, dando así una caracterización de la reflexividad: Un espacio de Banach es reflexivo si y solo si todas las normas equivalentes en X son normas duales.

En este Trabajo Fin de Máster consideraremos los siguientes problemas, junto con otros resultados de geometría de espacios de Banach relacionados:

¿Cómo puede caracterizarse una norma dual?
¿Cómo pueden construirse normas no duales?
¿Cuántas normas no duales podemos encontrar en un espacio dual no reflexivo?

En Sevilla, a 29 de octubre de 2018.

Facultad de Matemáticas

FORMULARIO NORMALIZADO OFERTA DE LÍNEAS DE TRABAJOS FIN DEL MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS POR PARTE DE LOS DEPARTAMENTOS

Dpto.: Análisis Matemático

TFM (9 créditos) ☐ TFM más Introducción al TFM (18 de créditos) ☒

Líneas de trabajos ofertadas:

1. La transformada de Legendre en Termodinámica.
2. Extensión de aplicaciones lipschitzianas.

Breve descripción de las líneas propuestas:

1. La transformada de Legendre en Termodinámica.

La transformada de Legendre es una aplicación con muchas utilidades, que sirve entre otras cosas, para resolver ciertas ecuaciones en derivadas parciales. En el campo de la Convexidad, es una transformación que actúa sobre funciones logarítmicamente cóncavas como la operación polar típica de conjuntos en el espacio euclídeo.

En este trabajo de Nikolaos Kalogeropoulos (*The Legendre Transform in Non-Additive Thermodynamics and Complexity*, Entropy, **19**, 298 (2017); doi:10.3390/e19070298) se trata el asunto de estudiar ciertas modificaciones de la transformada de Legendre que se adecúan más al modelo de Termodinámica no aditivo inducido por distintas entropías, como la entropía de Tsallis.

Por otro lado, el autor hace una interesante introducción a la transformada de Legendre a través del Análisis Geométrico Moderno, en concreto, con el punto de vista de la matemática israelí Shiri Artstein-Avidan.

Tutores: Bernardo González Merino, Rafael Villa Caro.

2. Extensión de aplicaciones lipschitzianas.

Un problema fundamental en análisis matemático es la extensión de aplicaciones. Si tenemos una aplicación $f:A\rightarrow Y$ y A es un subconjunto de X, se trata de estudiar condiciones sobre los espacios y las funciones consideradas para garantizar la existencia de una aplicación $F:X\rightarrow Y$ de modo que F restringida a A coincide con f. Éste es un problema que se puede abordar desde muchos puntos de vista y que sigue estando muy vivo en la actualidad pese a haber sido tratado por matemáticos muy relevantes durante el último medio siglo.

Tutor: Rafael Espínola García.

En Sevilla, a 30 de Octubre de 2018.

Facultad de Matemáticas

FORMULARIO NORMALIZADO OFERTA DE LÍNEAS DE TRABAJOS FIN DEL MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS POR PARTE DE LOS DEPARTAMENTOS

Dpto.: ...... *Análisis Matemático* ....

TFM (9 créditos) [ ]   TFM más Introducción al TFM (18 de créditos) [X]

Líneas de trabajos ofertadas: *Operadores universales y subespacios invariantes*

Breve descripción de las líneas propuestas:

Un clásico problema aún sin resolver en Teoría de Operadores es el problema del subespacio invariante. La cuestión se puede enunciar fácilmente: ¿tiene todo operador lineal y acotado en el espacio de Hilbert H un subespacio invariante no trivial? Una forma de abordar el problema es delimitar clases de operadores que tengan subespacios invarian-tes: los normales (teorema espectral), los que conmutan con un compacto (teorema de Lomonosov), resultados de S. Brown para operadores subnormales,... Otra línea consiste en calcular el retículo de subespacios invariantes para ciertos operadores concretos como en el teorema de Beurling para el operador *shift* o en los resultados de Sarason para el operador de Volterra.

La noción de operador universal fue introducida por Rota. Un operador universal U en un espacio de Hilbert H es aquél que tiene la propiedad de que cualquier otro operador en H es semejante a un múltiplo escalar de la restricción de U a algún subespacio invariante. Rota observó que el problema del subespacio invariante tiene solución positiva si y solo si cualquier subespacio invariante minimal de U es unidimensional, e ideó el primer ejemplo de un operador universal: el operador *bacward shift de multiplicidad infinita*. Disponer de operadores universales diferentes permite utilizar modelos distintos y propiedades analíticas distintas para determinar su retículo de subespacios invariantes, o al menos los minimales. Un ejemplo de una situación parecida fue la caracterización de Beurling del retículo del *shift* que usa espacios de Hardy como modelo.

Caradus generalizó después el resultado de Rota y probó que es universal cualquier operador lineal acotado y sobreyectivo cuyo núcleo tiene dimensión infinita. Usando este hecho, Nordgren, Rosenthal y Wintrobe demostraron que, al sumar cierto operador escalar al operador de composición C inducido en el espacio de Hardy por un automorfismo hiperbólico del disco unidad, se obtiene un operador universal que evidentemente tiene el mismo retículo que C.

El trabajo que se propone tiene una doble finalidad; por una parte, proporcionar pruebas detalladas de los resultados de Beurling para el operador *shift*, y de Sarason para el operador de Volterra, describiendo los retículos de ciertos operadores, y por otro lado probar el teorema de Caradus y el resultado de Nordgren, Rosenthal y Wintrobe, proporcionando ejemplos de operadores universales. También se podrán estudiar otros resultados en estos temas, algunos bastante recientes.

Tutores: *Miguel Lacruz Martín* *y* *Luis Rodríguez Piazza*

En Sevilla, a *30* de *Octubre* de 20*18*